XXVIIe Colloque CORFEM pour les professeurs et formateurs de mathématiques

10-11 juin 2021 En distanciel (France)

Atelier 2.B

Débuter dans l'enseignement des mathématiques au collège : réussites et difficultés au regard de la formation initiale

Christine CHOQUET
Christine.choquet@univ-nantes.fr

CREN INSPE Nantes (France)

Introduction

- Une étude qui s'inscrit dans une recherche INSPE Nantes plus globale, interdisciplinaire : « *débuter, quelle activité pour quelle école ?* », 2013-2016 puis 2017-2020, scindée en plusieurs groupes.

- Un axe de recherche

L'élaboration dans un groupe de formateurs et chercheurs de modalités/de contenus de formations
puis des tentatives pour repérer des effets de cette formation sur les pratiques des débutants que nous observons (et analysons) lors des premières années d'enseignement.

Un but : envisager un lien efficace entre la recherche, la formation initiale et la pratique des enseignants-débutants

Origine de ce travail

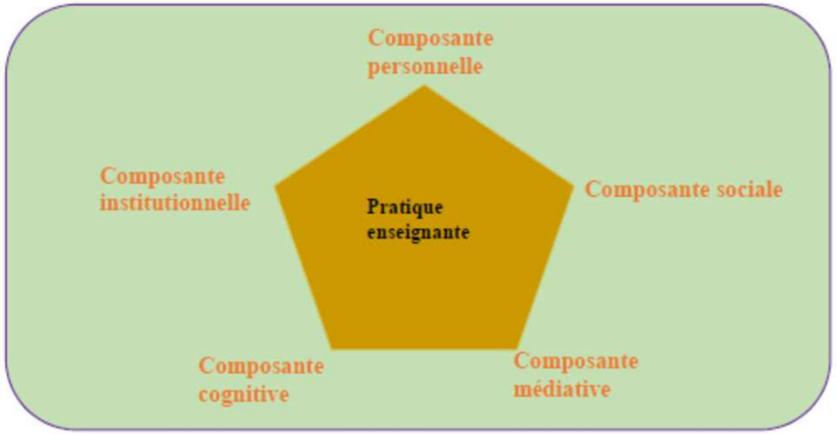
Des **questions de formateurs d'enseignants et de chercheurs** des premier et second degrés sur les contenus de formation et sur leur impact/leur influence sur les pratiques des enseignants débutants.

Un travail qui s'inscrit dans le prolongement de recherches existantes :
« *les difficultés mises en évidence dans les pratiques des débutants nous incitent , en tant que formateurs et chercheurs, à réfléchir davantage aux **différents types de savoirs** véhiculés en formation* » (Charles-Pézard, Butlen & Masselot, 2012, p.15) Grugeon-Allys, Robert, Horocks, etc.)

Des questionnements

- Les éléments de formation ne sont-ils pas assez pertinents, sont-ils mal compris ?
- La mise en œuvre des éléments de formation n'est-elle pas assez évoquée/étudiée en TD ? (lien « théorie / pratique »)
- Les représentations (personnelles) des professeurs débutants les empêchent-ils de mettre en œuvre ces éléments ?
- La mise en œuvre de ces éléments n'est-elle jugée difficile que par le formateur (et ne serait pas questionnée par les professeurs stagiaires) ?
- Quels cadres théoriques et/ou méthodologiques peuvent nous permettre de répondre à ces questions ?

Cadrage théorique



<u>La double approche didactique et ergonomique (Robert 2008, Choquet 2016))</u>
Dans le but d'analyser *a priori* les situations en termes d'activités des élèves :

activité possible des élèves définie *a priori* (en lien avec la classe)
activité a maxima ce qu'un élève peut au mieux produire
activité a minima ce qui peut être au minimum fait par les élèves les moins à l'aise et les moins engagés dans la séance.

<u>Trois grands niveaux d'analyse des activités :</u>

1- Niveau global
Dynamique globale proposée aux élèves entre cours, exercices et problèmes. Dialectique outil/objet. Construction de connaissances avec la classe puis exposition et institutionnalisation

2- Les tâches proposées
Tâches caractérisées ici par les mises en fonctionnement des connaissances anciennes ou nouvelles des élèves
Pour chaque énoncé : repérage des adaptations que les élèves auront à faire des leurs connaissances (A1 à A7)

3- Les conditions de travail des élèves
Déduites des déroulements provoqués par l'enseignant : durée du travail des élèves selon les différentes tâches, nature du travail, qualité et nature des
échanges, verbalisations demandées aux élèves, nature des validations données au élèves, explications et aides données tout au long du travail, etc.

Cadrage théorique

L’apprentissage par problématisation (Fabre 1997, Orange 2005)

Dans le but d’analyser ***a posteriori*** les **activités effectives des élèves** : en termes **d’activité intellectuelle** des élèves repérée *a posteriori* à travers les diverses productions écrites et orales (Orange)

En s’appuyant sur le travail de M. Fabre (2011) :
s’émanciper c‘est « ***[…] oser penser par soi-même, oser se prendre en charge*** *».*
L’émancipation, le fait d’oser penser revient à avoir ou à prendre *« […] en réalité la liberté de construire les problèmes selon les exigences de la raison qui s’imposent alors à celui qui pense, quelle que soit l’autorité de la tradition ou celle des pouvoirs […]* »

Et sur le travail de M. Hersant (2016) :
Un objectif de travail/de recherche est **« *d’identifier des interactions CE - REX - CD à partir d’exemples pour comprendre les « facteurs » d’un apprentissage par problématisation*** *et des éventuels malentendus scolaires auxquels peut donner lieu la situation de classe. Un questionnement qui n’est pas indépendant des questions sur les événements de problématisation* ».

La formation
Trois unités d'enseignement sur deux années de Master :
UE Didactique des mathématiques, UE Recherche et UE mise en situation professionnelle.

UE Didactique et UE Recherche : initier les étudiants à la didactique de la discipline, leur faire découvrir et étudier divers cadres théoriques et concepts didactiques. Plusieurs évaluations écrites dont un mémoire de recherche.
UE Mise en situation professionnelle : Analyse de l'activité de l'enseignant et de l'élève en lien direct avec la classe et les pratiques de stage des étudiants/stagiaires en établissement scolaire.

Le corpus

Côté formation :
- Les contenus des formations organisées par les formateurs
- Des documents de préparation des étudiants/professeurs stagiaires, des productions écrites (pour les TD, pour le mémoire)

Côté pratiques du professeur débutant :
- Des observations de séances des professeurs débutants (sous forme de transcriptions, de vidéogrammes), des compte-rendu de visites sur un, deux ou trois ans
- Des productions des élèves issus des classes des débutants
- Plusieurs entretiens

La méthode d’analyse

Des ***indicateurs*** (Charles-Pézard, Butlen, Masselot, 2012) afin de rendre compte :

-de la **situation mathématique prévue** : problèmes consistants ou non, procédures des élèves envisagées, déroulement de la séance prévu, aides et éléments d’institutionnalisation anticipés

-de sa **mise en œuvre en classe** : découpage en phases, temps réservé aux recherches des élèves, explicitation de leurs productions, prise en compte de leurs erreurs, synthèse s’appuyant sur une hiérarchisation des procédures des élèves.

Ces éléments **alimentent les cinq composantes** de la double approche
puis
Une recomposition de la pratique du professeur débutant avec ces composantes est effectuée
Et
Une **tentative de catégorisation des pratiques des débutants** à l’aide (pour l’instant) des niveaux de professionnalité de Masselot, Butlen et Charles-Pézard (2012)

- Premier niveau : proposition de problèmes consistants et aménagement de temps de recherche

Ce niveau est atteint lorsque le professeur propose aux élèves fréquemment, voire systématiquement, des problèmes mathématiques consistants, porteurs de sens, les engageant dans une réelle recherche. Des situations issues de manuels sont adaptées sans remettre en cause les enjeux en termes de savoir et d'apprentissage. Un autre indicateur de ce premier niveau concerne l'existence et la gestion du temps de recherche accordé aux élèves : d'une part, ce dernier est relativement significatif, d'autre part, les aides éventuelles apportées ne s'accompagnent pas d'une réduction des exigences.

- Deuxième niveau : explicitation des procédures

Ce niveau concerne la place donnée aux élèves et à leurs productions effectives dans les moments de mise en commun des réponses, de validation de celles-ci et d'explicitation des procédures (menant ou non à la réussite). Le professeur atteint ce niveau lorsqu'il permet aux élèves d'exposer leurs procédures au cours d'une phase collective. Ce travail d'explicitation se fait d'autant plus facilement que le professeur a instauré un climat de communication dans la classe.

- Troisième niveau : hiérarchisation des procédures et synthèse

Ce niveau est atteint lorsque le professeur procède à la hiérarchisation des productions des élèves et ménage des phases de synthèse contextualisées. Selon la situation proposée, cette hiérarchisation peut prendre en compte différents facteurs : l'efficacité et la validité de la procédure, son économie en termes de temps de résolution, de coût cognitif, la nature et le degré d'expertise des savoirs mobilisés. Plusieurs élèves peuvent s'être engagés dans la même procédure sans être tous parvenus au résultat correct. L'enseignant ayant atteint ce niveau est capable de distinguer procédure, manière de la mettre en œuvre et réponse.

- Quatrième niveau : institutionnalisation

Ce niveau se caractérise par le fait de proposer une institutionnalisation des savoirs ou méthodes en jeu dans la situation, par une décontextualisation et une dépersonnalisation mais aussi par une réorganisation des savoirs visités, notamment en termes d'ancrage du nouveau dans l'ancien.

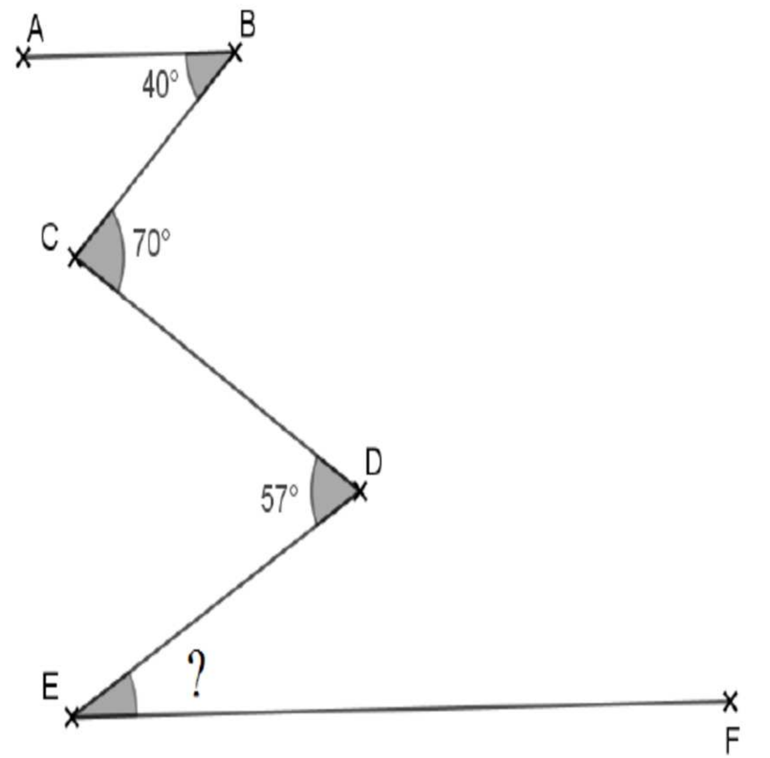
Les expérimentations

E1 (28 élèves de 12-13 ans)
Année 2 après son diplôme
CAPES

Phase de consigne	E1 distribue et projette l'énoncé puis explicite l'organisation de la séance.	5 min
Phase de recherche individuelle puis en petits groupes	Les élèves s'engagent dans les recherches au brouillon. Ils rédigent une solution sur la feuille que E1 récupère en fin de séance.	25 min
Phase de mise en commun des procédures	Chaque groupe expose sa feuille devant la classe et explique sa procédure. E1 commente et engage les élèves dans des échanges sur les raisonnements proposés Une des procédures non anticipée déstabilise E1	20 min

Les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

Question : Quelle est la mesure de l'angle DEF ?



Plusieurs démarches possibles

- basées sur la décomposition/reconstruction du problème en sous problèmes permettant de calculer pas à pas les angles manquants
- basées sur la manière d'appréhender la figure donnée (oser prolonger des droites, oser « sortir du cadre de la figure »)
- basées sur la reconnaissance de triangles et l'utilisation de propriétés sur les mesures des angles :

dans un triangle, la somme des trois angles vaut 180°
un angle plat vaut 180°
deux angles opposés par le sommet ont la même mesure
si deux droites sont parallèles, les angles alternes/internes sont de même mesure
si deux droites sont parallèles, les angles correspondants sont égaux

Objectifs annoncés de l'enseignant

remobiliser les propriétés sur les angles
raisonner en géométrie : passage d'une géométrie instrumentée à une géométrie déductive (MEN cycle 4)

Des raisonnements attendus par l'enseignant :
Des élèves mobilisent des propriétés/définitions sur « les angles alternes/internes »
Ou mobilisent des propriétés/définitions « les angles correspondants »

Des raisonnements non attendus :
des élèves tracent une droite perpendiculaire aux deux droites parallèles

Analyse a priori de l'activité

Cibler les objectifs d'apprentissage :

Compétences travaillées :

	MI	MF	MS	TBM
Raisonner : Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.	J'accepte d'effectuer des tâches proposées au sein du groupe. Je participe à la conversation lorsqu'on me sollicite. J'écoute les autres.	J'accepte d'effectuer des tâches proposées au sein du groupe. Je donne mon avis lorsqu'on me sollicite. J'écoute les autres et je suis capable d'expliquer le travail effectué au sein du groupe.	Je coopère activement au travail de groupe. Je prends en compte le point de vue des autres élèves.	Je prends des initiatives. Je suis un élément moteur en animant le débat et en aidant les autres.
Chercher : S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler expérimenter.	Je comprends l'énoncé mais n'arrive pas à commencer les recherches.	Je comprends l'énoncé. Je repère quelques étapes de résolution mais j'ai des difficultés à les résoudre.	Je comprends l'énoncé. Je repère quelques étapes de résolution et j'arrive à les résoudre.	Je comprends l'énoncé, repère toutes les étapes de résolution et j'arrive à les résoudre.

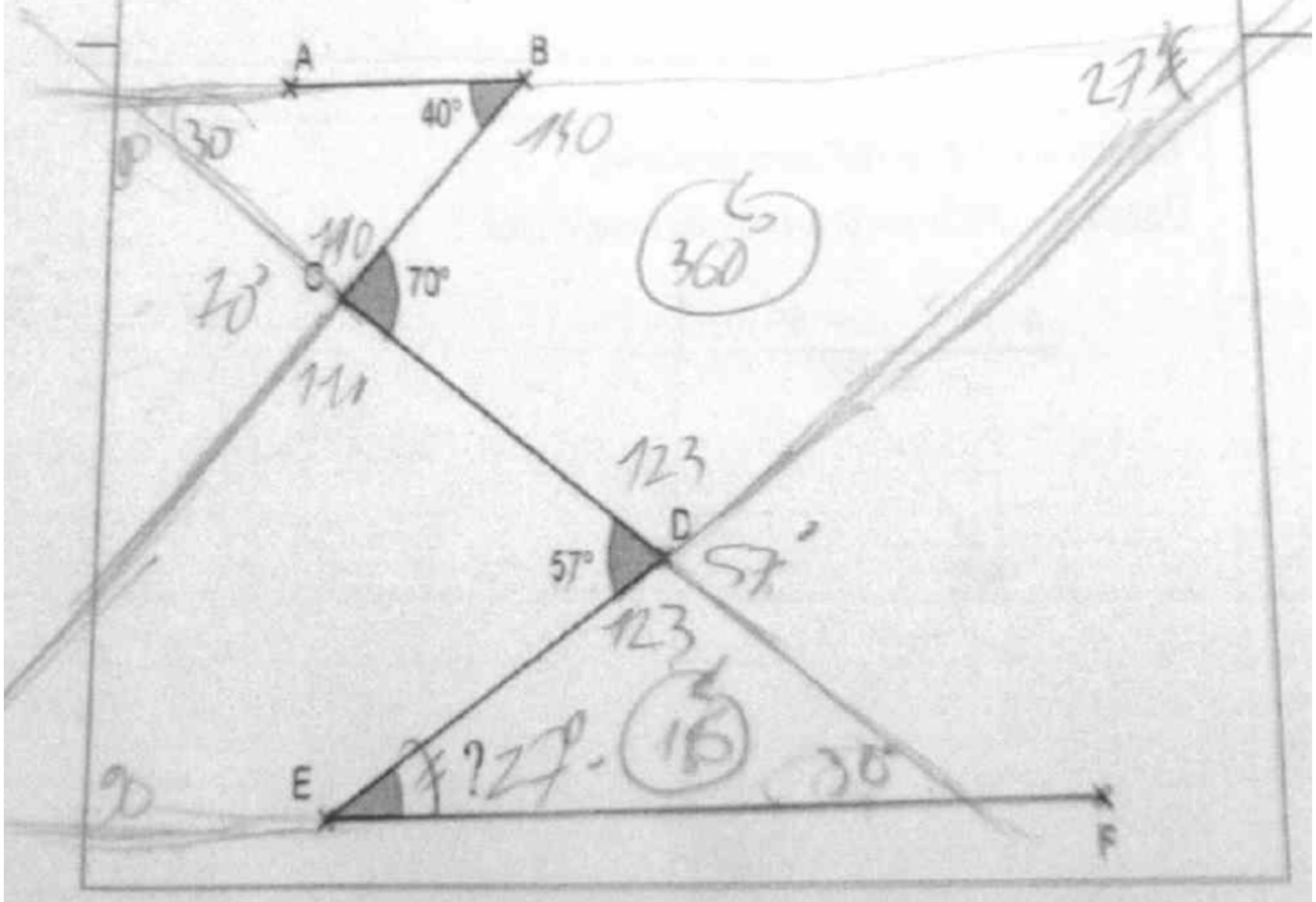
Connaissances associées :
Somme, différence de deux nombres rationnels.
Aire d'un rectangle.

Objectifs d'apprentissage :
Réinvestir leurs connaissances sur les nombres rationnels pour résoudre un problème.

E1

Les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

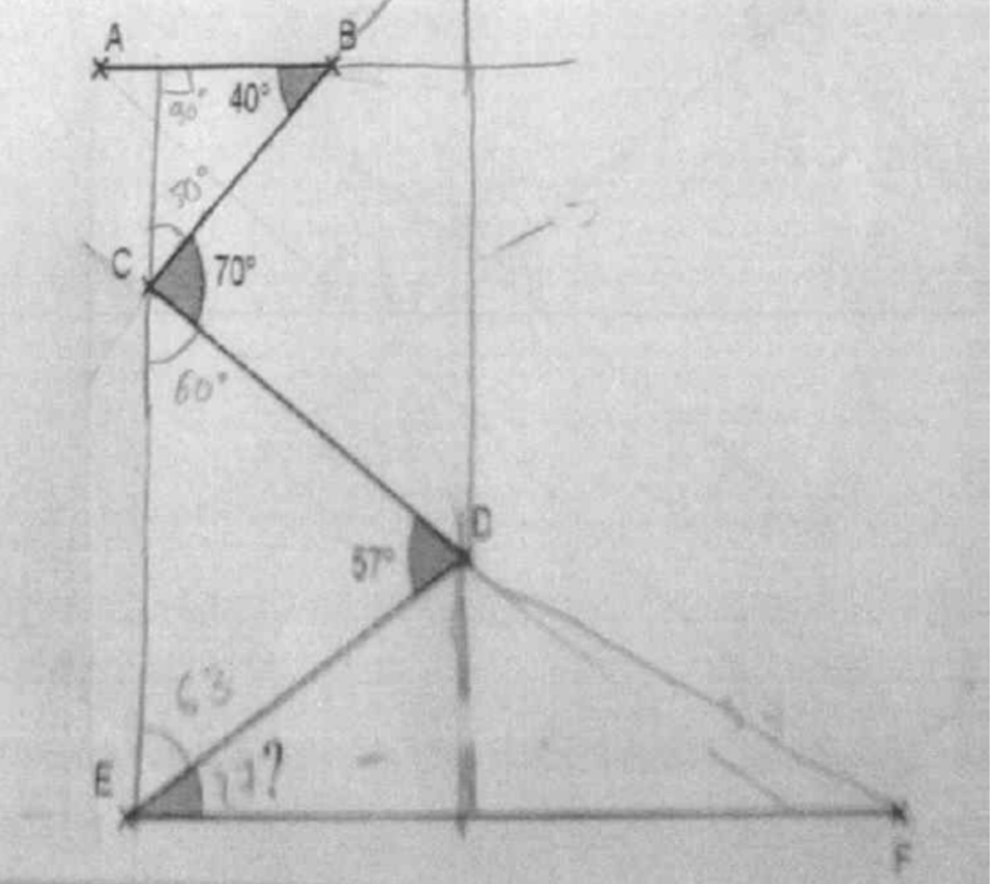
Question : Quelle est la mesure de l'angle DEF ?



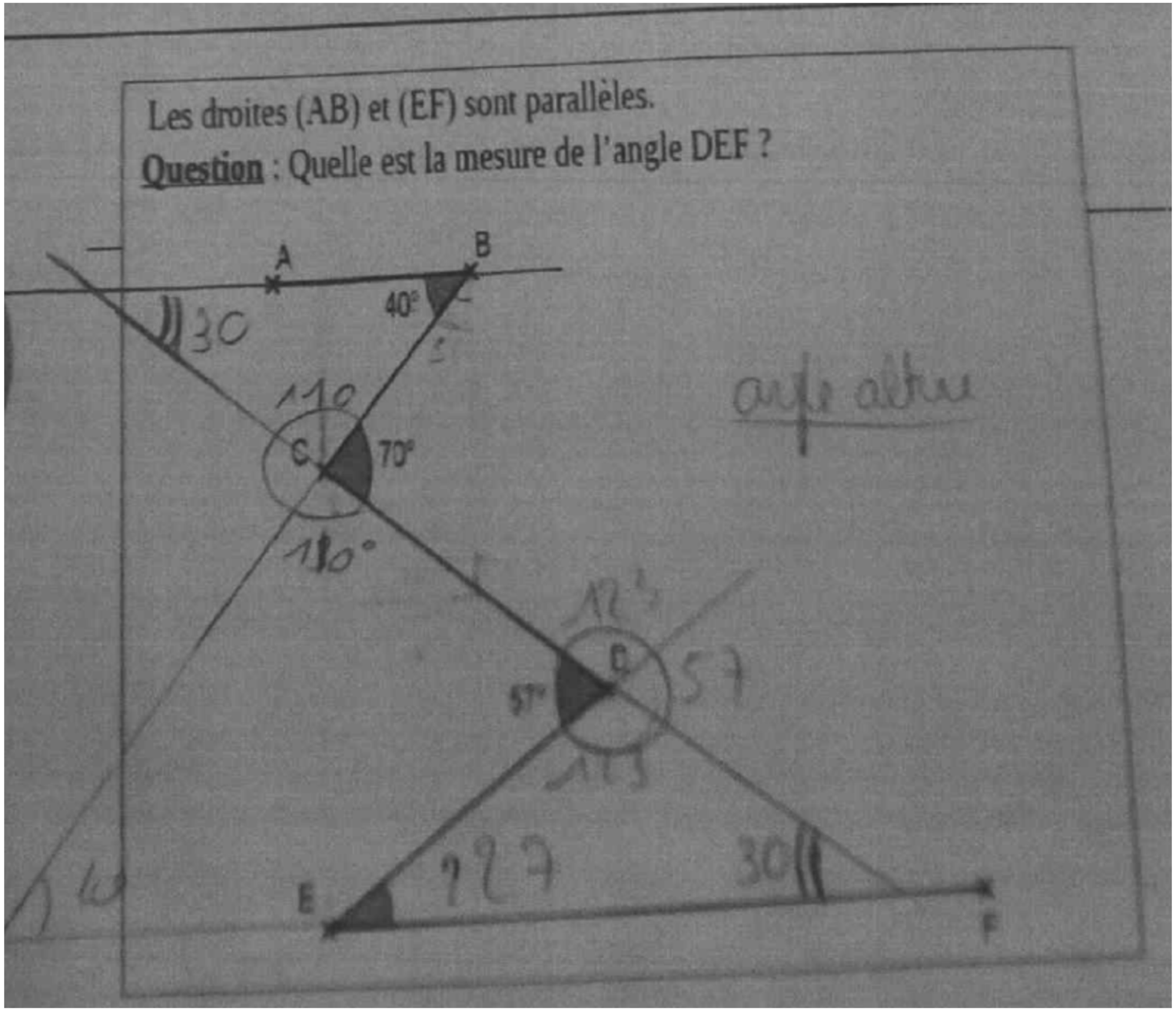
E2

Les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

Question : Quelle est la mesure de l'angle DEF ?



E3

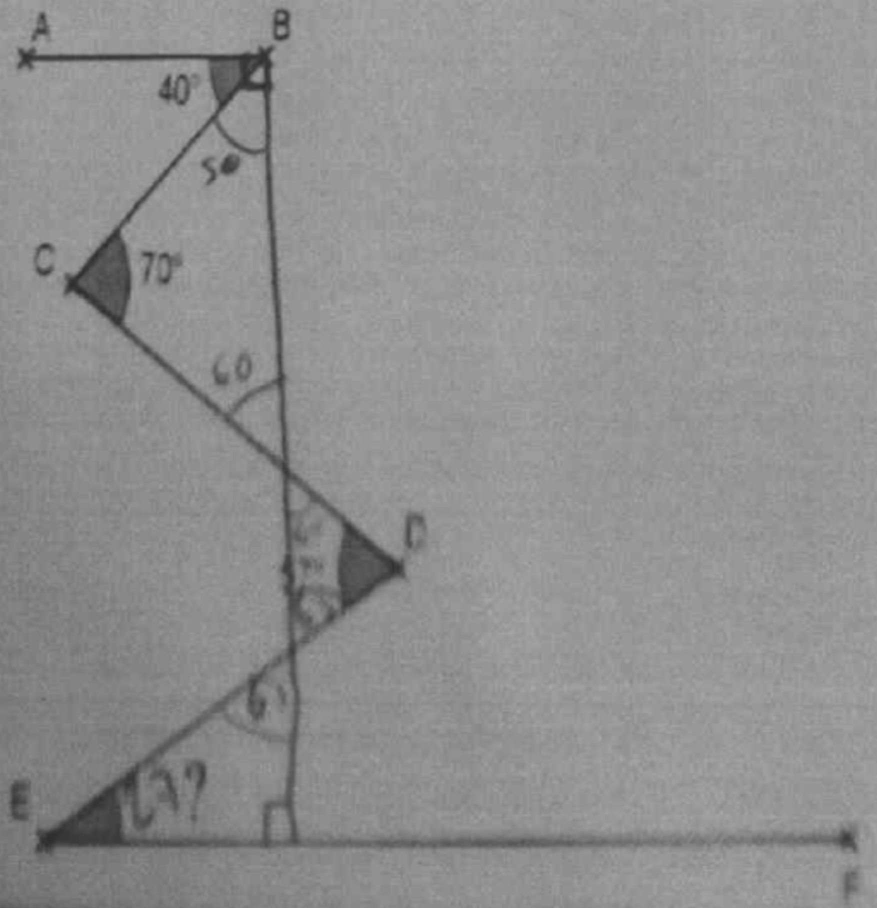

Les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

Question : Quelle est la mesure de l'angle DEF ?

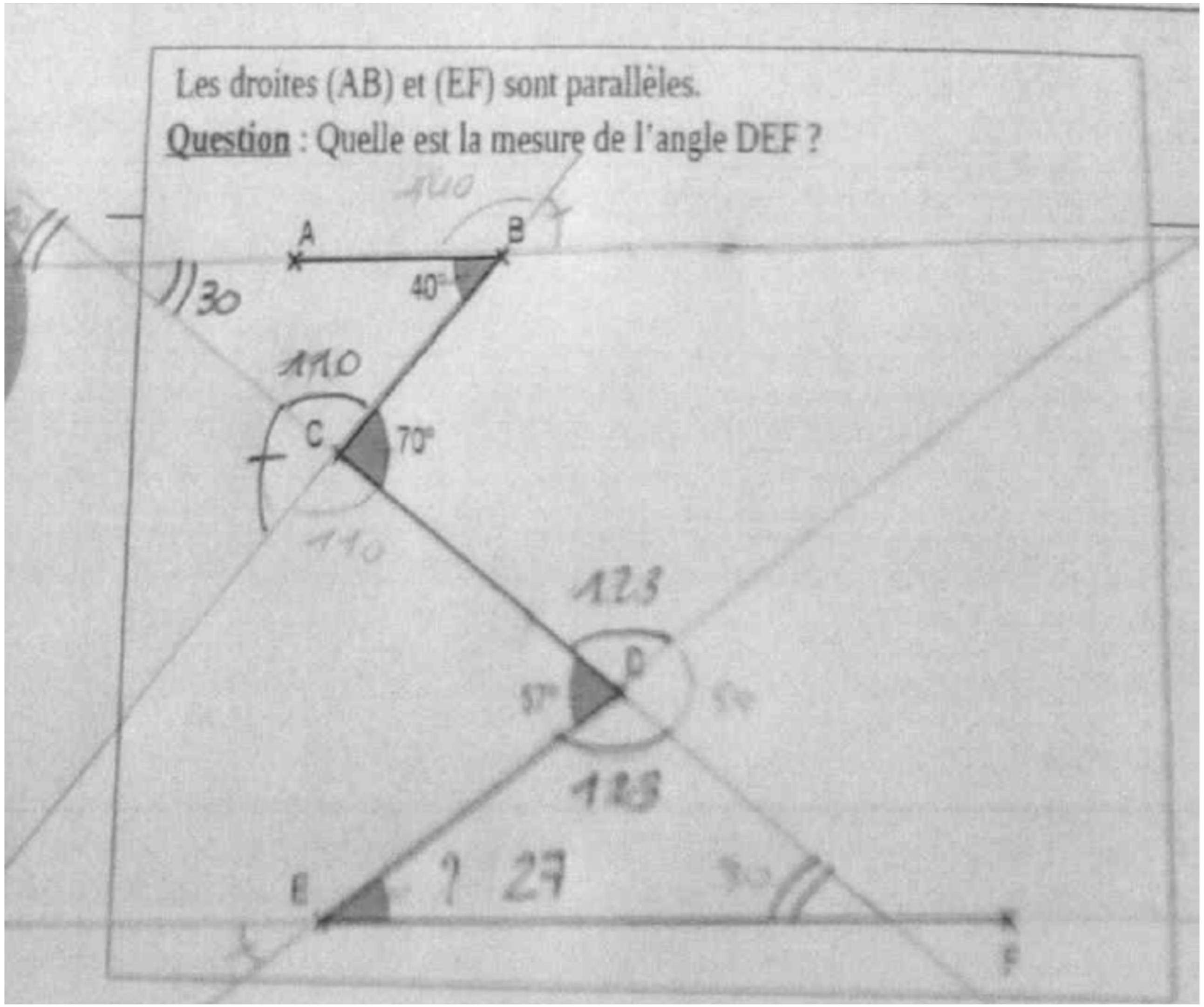
E4

Les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

Question : Quelle est la mesure de l'angle DEF ?



E5


Les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

Question : Quelle est la mesure de l'angle DEF ?

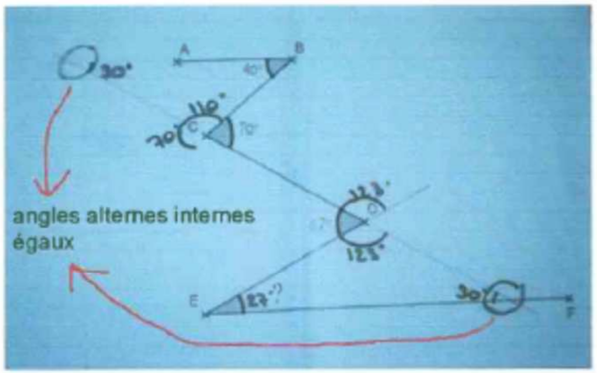
L'enseignant choisit pour son bilan

les deux « méthodes » qu'elle attendait et ne parle pas de la méthode « droite perpendiculaire »

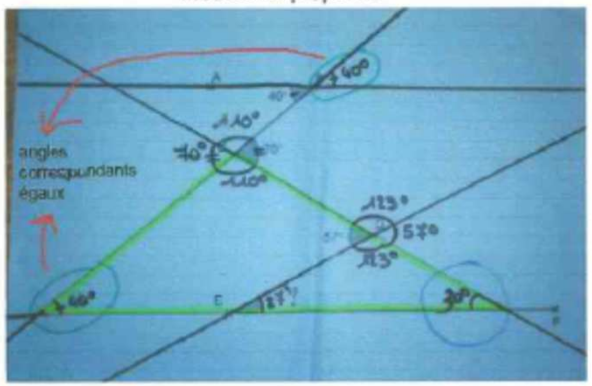
une liste abrégée des propriétés à connaître sur les mesures d'angles sans les mettre en relation avec les figures

Bilan du problème

Méthode 1 proposée



Méthode 2 proposée



→ On prolonge toutes les droites.

→ On marque les angles que l'on peut trouver grâce à :

- angle plat égal à 180°
- angles opposés par le sommet égaux
- la somme des angles dans un triangle est égale à 180°
- angles alternes internes ou correspondants égaux quand les droites sont parallèles.

E2 (27 élèves de 12-13 ans)
Année 1 après son diplôme CAPES

Doc 1 — Rythme régulier de travail

Marc et Vanessa : une piscine en 3 jours chacun

Medhi : une piscine en 5 jours

Jérémy : une piscine en 7 jours

Doc 2 — Message d'un collègue

Doc 3 — Conditionnement des carreaux

- 4 cartons pleins de carrelage : 26 m^2
- Quantité de carrelage disponible pour la journée :

$\frac{2}{3}$ vide

Le carrelage restant occupe $\frac{4}{7}$ du carton.

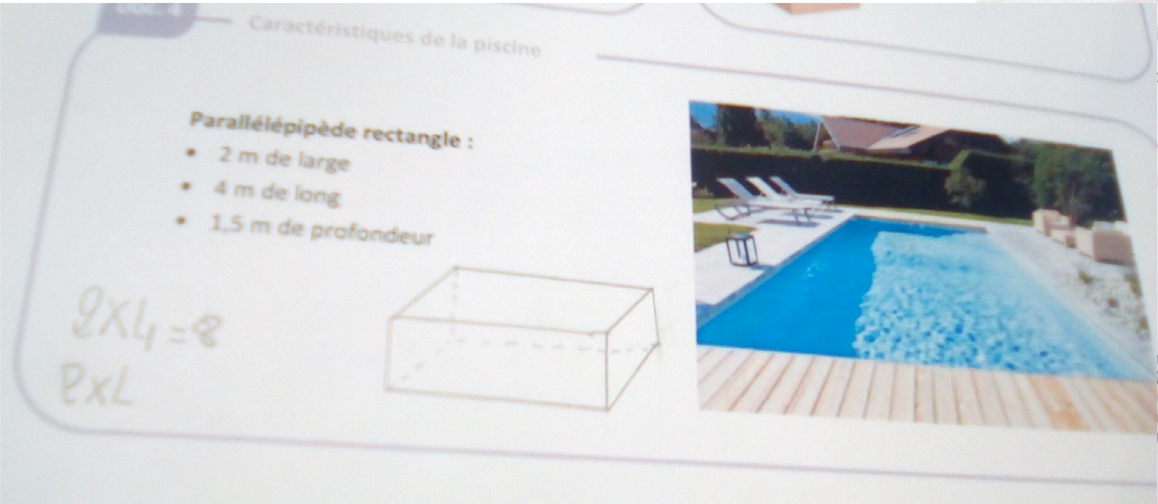
Doc 4 — Caractéristiques de la piscine

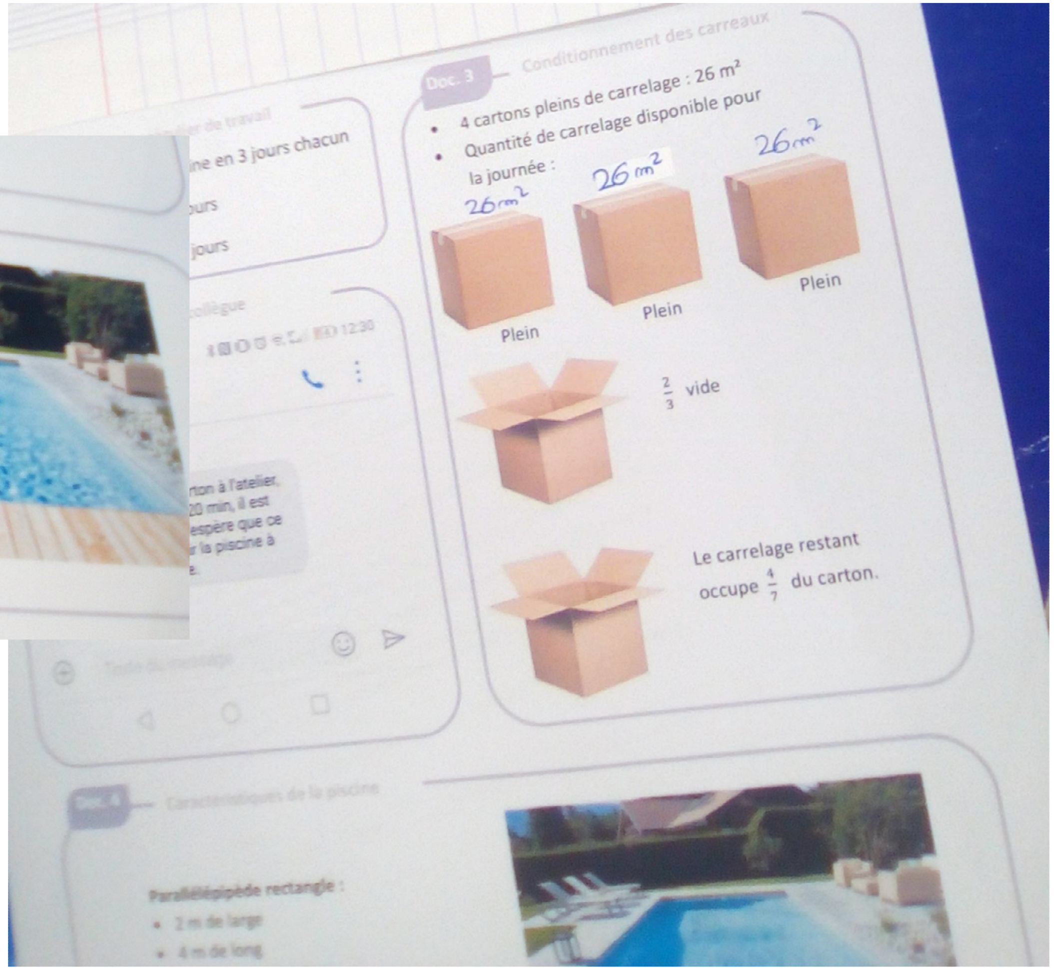
Parallélépipède rectangle :

- 2 m de large
- 4 m de long
- 1,5 m de profondeur

Phase de consigne	**E2 distribue l'énoncé puis explicite l'organisation de la séance.**	**5 min**
Phase 1 de recherche individuelle puis en petits groupes	Les élèves s'engagent dans les recherches au brouillon.	10 min
Phase de mise en commun intermédiaire	E2 arrête le travail des groupes afin de faire un point d'étape sur l'enjeu du problème. E2 note au tableau les questions auxquelles les élèves vont devoir répondre.	5 min
Phase 2 de recherche en petits groupes	Chaque groupe poursuit sa recherche et rédige une solution sur une feuille que E2 récupère en fin de séance.	20 min

Un temps de recherche individuelle





… de travail ? … pourront-ils carreler entièrement

Doc. 3 Conditionnement des carreaux

- 4 cartons pleins de carrelage : 26 m²
- Quantité de carrelage disponible pour la journée :

26 m² — Plein | 26 m² — Plein | 26 m² — Plein

$\frac{2}{3}$ vide — $\frac{1}{3}$ plein $= 8,666... m^2$

Le carrelage restant occupe $\frac{4}{7}$ du carton.

$\frac{4}{7} = \frac{8}{14} = \frac{16}{28} = \frac{80}{140} = \frac{}{10}$

---

la journée :

6,5 m² — Plein | 6,5 m² — Plein | 6,5 m² — Plein

$\frac{2}{3}$ vide — $\frac{1}{3}$ plein $= 2,1666... m^2$

Le carrelage restant occupe $\frac{4}{7}$ du carton.

$\frac{4}{7} = \frac{16}{28}$

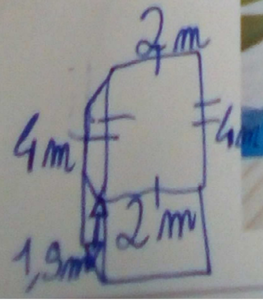
…ègue

12:30

…telier, …est …e ce …e à

… la piscine

…le :



8,6

$4 \times 1,5 = 6$
$6 \times 2 = 12$

$\times 4 = 8$

$2 = 4$

$1,5 : 3$

$2 \times 1,5 = 3$
$3 \times 2 = 6$

$6,5 + 6,5 + 6,5 +$

$\approx 2,16$

$\frac{77}{84}$

Célia
Boulouvain
Nora
Marcel
Lisa
Goyot

Combien faut-il de m² de carrelage pour remplir la piscine

Nous avons une piscine de 4 m de long sur 2 m de large

Le plus grand rectangle a une aire de 8 m² ensuite les triangle BFGC et EADH sont identique et ont une aire de 6 m² quand aux triangles IJBA et DCKL qui sont aussi identiques ont une aire de 3 m²

Calcul:

$4 \times 2 = 8$ = aire grand rectangle

Largeur grand rectangle

Longueur grand rectangle

$1,5 \times 2 = 3$

$1,5 \times 4 = 6$

$3 \times 2 + 6 \times 2 + 8 = 26$

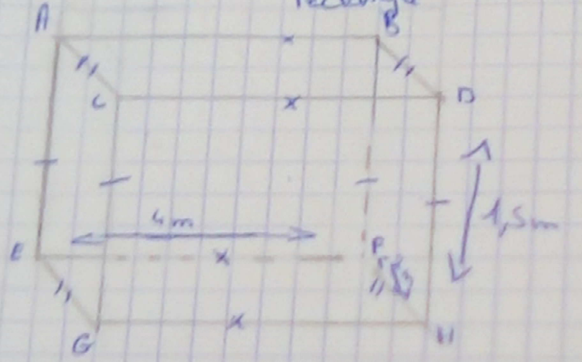
Il y a donc 26 m² de carrelage

La piscine

L'aire du sol EFGH de la piscine $= 2 \times 4 = 8\,m^2$
$l \times L$

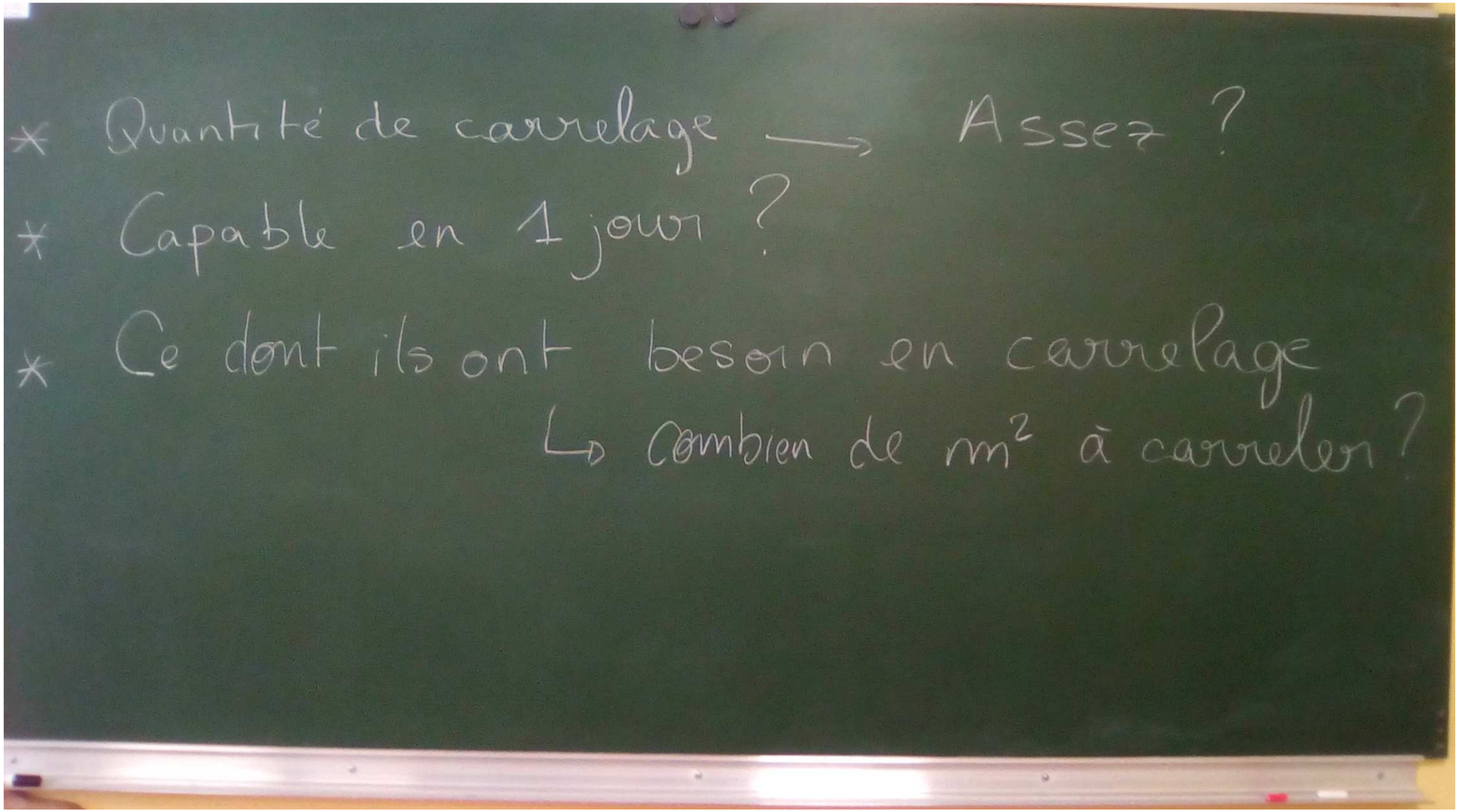
L'aire ~~du~~ du ~~côté~~ rectangle BDFH $=$ ~~3~~ $1,5 \times 2 = 3\,m^2$

L'aire du ~~côté~~ rectangle ABCD $= 1,5 \times 4 = 6\,m^2$



L'aire de la piscine $= 8 + 3 \times 2 + 6 \times 2$
$= 8 + 6 + 12$
$= 26\,m^2$

Une intervention de l'enseignant/mise en commun intermédiaire



Groupe 1

4A

La piscine

Calcul de la surface de la piscine:

$4 \times 1,5 = 6\ m^2$
$6 \times 2 = 12\ m^2$
$2 \times 1,5 = 3\ m^2$
$3 \times 2 = 6\ m^2$
$2 \times 4 = 8\ m^2$

La surface de la piscine est de $26\ m^2$.

$12 + 6 + 8 = \underline{26}\ m^2$

Quantité de carrelage:

4 Cartons = $26\ m^2$
$26 \div 4 = 6,5$
Donc 1 carton = $6,5\ m^2$
en sachant que 3 sont plein
$6,5 \times 3 = 19,5$
nous savons aussi que le 4ème carton est $\frac{2}{3}$ vide,
donc:
$6,5 \div 3 \approx 2,16$
$+ \frac{1}{10} = 6,5 \div 10 = 0,65$
Donc $19,5 + 2,16 + 0,65 = \underline{22,31}$

Moyenne du rythme de travail:

$3 + 3 + 5 + 7 = 18$
$18 \div 4 = 4,5$

Le Rythme de travail est en moyenne de 4,5 jours par personne

en sachant qu'ils sont 4, ils vont donc 4 fois plus vite

$4,5 \div 4 = 1,125$

Il leur faudra 1,125 jours à 4 pour terminer la piscine.

Conclusion:

Marc, Jeremy, Vanessa et Mehdi doivent carreler une piscine de $26\ m^2$ ils ont que $\approx 22,31\ m^2$ pour carreler de plus ils sont que quatre, alors qu'ils sont censés finir la piscine avec une durée de 1,125 jours, ce qui n'est pas dans les temps.
En une journée; Marc, Jeremy, Vanessa et Mehdi n'ont pas assez de temps et de materiaux pour finir dans les temps.

Groupe 2

Doc 1 :

Objectif : Savoir si ils sont capable de terminer une piscine en un jour

Nous savons que Marc et Vanessa carrelent une piscine en trois jour chacun, Medhi carrèle une piscine en cinq jour et Jérémy carrèle une piscine en 7 jours

Nos calculs :

$$\left.\begin{array}{l} 3 \text{ jours} \rightarrow \frac{1}{3} \\ 3 \text{ jours} \rightarrow \frac{1}{3} \end{array}\right\} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\times 35} = \frac{70}{105}$$

$$\left.\begin{array}{l} 5 \text{ jours} \rightarrow \frac{1}{5} \\ 7 \text{ jours} \rightarrow \frac{1}{7} \end{array}\right\} = \frac{12}{35} \xrightarrow{\times 3} = \frac{36}{105}$$

$$\frac{70}{105} + \frac{36}{105} = \frac{106}{105}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{5} \xrightarrow{\times 7} = \frac{7}{35} \qquad \frac{1}{7} \xrightarrow{\times 5} = \frac{5}{35} \qquad \frac{5}{35} + \frac{7}{35} = \frac{12}{35}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

phrase de conclusion :

Conclusion : Il peuvent carreler une piscine en 1 jour. car $106 > 105$

Doc 2 et 3 :

Objectif : savoir si ils ai auront assez de carrelage pour recouvrir la surface de la piscine

Nous savons que quatre carton remplie fait $26 m^2$. Nous allons donc divisé par 4 pour savoir quel surface un carton peut recouvrir

Notre calculs :

$$26 : 4 = 6,5$$

Un carton fait $6,5 cm^2$

Nous allons additioner les carton pour voir combien de m^2 il peuvent recouvrir :

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{7} =$$

$$\frac{1}{3} \xrightarrow{\times 7} \frac{7}{21} \qquad \frac{4}{7} \xrightarrow{\times 3} \frac{12}{21} \qquad \frac{12}{21} + \frac{7}{21} = \frac{19}{21}$$

Nous savons que nous avons au moins 4 cartons plein et additioner le reste

$\rightarrow 1 + 1 + 1 + \frac{19}{21} + \frac{1}{10} \longrightarrow$ doc 2

DOC. 4 :

Nous calculons l'aire de la piscine :

$2 \times 2 \times 4 \times 4 = 64 m^2$

$26 \div 4 = 6,5 m^2$

donc un carton $= 6,5 m^2$ de carrelage.

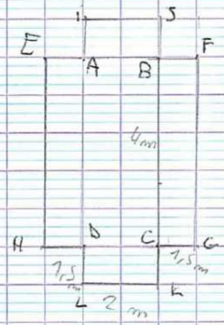
$6,5 \times 3 = 19,5 m^2$

$\rightarrow 19,5 m^2 + \frac{19}{21}$ d'un carton $+ \frac{1}{10}$ d'un carton.

Groupe 3

Combien faut-il de m² de carlage pour remplir la piscine ?

Nous avons une piscine de 4 m de long sur 2 m de large



Le plus grand rectangle a une aire de 8 m² ensuite les triangle BFGC et EADH sont identique et ont une aire de 6 m² quand aux triangles IJBA et DCKL qui sont aussi identiques ils ont une air de 3 m²

Calcul:

$4 \times 2 = 8$ = aire grand rectangle

largeur grand rectangle

longueur grand rectangle

$1,5 \times 2 = 3$

$1,5 \times 4 = 6$

$3 \times 2 + 6 \times 2 + 8 = 26$

Il y a donc 26 m² a couvrir de carrelage

Il y a t-il assez de carrelage dans les cartons ?

Il nous faut d'abord trouver la somme de carrelage dans un carton

$26 : 4 = 6,5$

m² de carrelage dans 4 cartons — m2 de carrelage dans 1 carton

Y a t-il assez de carlage ?

Combien y a t-il de m² de carlage dans un carton ?

$26 \div 4 = 6,5$

m² de carrelage dans un carton

il y a donc 6,5 m² de carelage dans un carton

Il nous faut 4 cartons pleins nous en avons deja 3 + $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{7}$ et $\frac{1}{10}$ d'un carton

$\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$ (×7) $\quad \frac{4}{7} = \frac{12}{21}$ (×3) $\quad \frac{1}{10} = \frac{2,1}{21}$ (×2,1)

$\frac{7}{21} + \frac{12}{21} + \frac{2,1}{21} = \frac{21,1}{21}$ donc plus de 1 carton

3 cartons + 1 carton = 4 carton

Ils ont donc assez de carelage pour carreler toute la piscine

Ont-ils assez de temps ?

Il faut d'abord calculer quel temps en moyen mettent-il pour faire une piscine separement

$3 + 3 + 5 + 7 : 4 = 4,5$ Moyenne du temps qu'il leur faut pour faire une piscine

Marc Vanessa Medhi Jérémy

temp pour carreler une piscine en jours

Si on considère qu'a 4 ils iront 4 fois plus vite alors $4,5 : 4 = 1,125$ ils mettront donc 1,125 journée pour careler entierement la piscine ce qui est trop ils ne pourront donc pas finir a temps

Groupe 4

Travail de groupe : La piscine

Doc 1 :

Marc : $\frac{1}{3}$ Vanessa : $\frac{1}{3}$

Mehdi : $\frac{1}{5}$ Jeremy : $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}=\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}$

$=\frac{2}{3}\times\frac{5}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{3}{3}+\frac{1}{7}=\frac{2\times5}{15}+\frac{1\times3}{15}+\frac{1}{7}$

$=\frac{10}{15}+\frac{3}{15}+\frac{1}{7}=\frac{13}{15}+\frac{1}{7}=\frac{13}{15}\times\frac{7}{7}+\frac{1}{7}\times\frac{15}{15}$

$=\frac{13\times7}{105}+\frac{15}{105}=\frac{91+15}{105}=\frac{106}{105}>1$

Les carreleurs peuvent faire la piscine car $\frac{106}{105}$ est >1 donc il sont capable de carreler la piscine en 1 journée.

Doc 2 :

$\frac{1}{10}\times6,5=0,65\ m^2$ Dans le carton il y aura $0,65\ m^2$ de carrelage

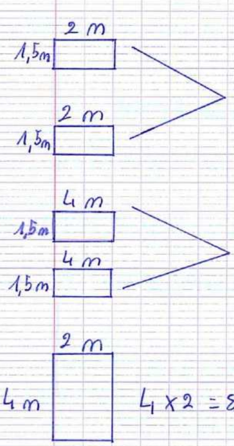
Doc 3 :

$(3\times6,5\ m^3)+(\frac{1}{3}\times6,5)+(\frac{4}{7}\times6,5)=25,4\ m^2$

Doc 2 + Doc 3 $=26,05\ m^2$

Donc ils sont la quantité de carrelage pour carreler la piscine.

Doc 4 :



$2\times(2\times1,5)=6$

$2\times(4\times1,5)=12$

$4\times2=8$

Aire : $12+8+6=26$

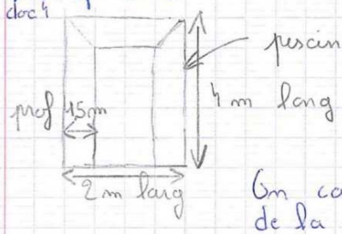
Les carreleurs ont assez de carrelage et de temp pour carreler la piscine.

$26,05\ m^2>26\ m^2$

$\frac{106}{105}>1$

La piscine

doc 4



On calcule les 2 murs de long de la piscine donc on fait:

A: long X prof X 2
A= 4 X 1,5 X 2
A: 6 X 2
A: 12

Donc les mur de long fond en tout 12 m² pour les 2

On calcule les 2 murs de la de la piscine donc on fait:

B= larg X prof X 2
B= 2 X 1,5 X 2
B: 3 X 2
B: 6

Donc les murs de larg fond en tout 6 m² pour les 2

On calcule le mur de profon de la piscine on fait

C= long X larg
C= 2 X 4
C= 8

Donc on a 8 m² de carrelage pour la prof

On additione touts les mur et le sol pour trouver tout le carrelage necessaire

D= 12² + 6² + 8²
D= 18² + 8²
D= 26²

Donc on aura assez de carrelage pour toute la piscine

Doc 1

$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{7}{21} + \frac{3}{21} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}$

$A = \frac{7}{21} + \frac{3}{21} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}$

$A = \frac{10}{21} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{50}{105} + \frac{21}{105} + \frac{1}{3}$

$A = \frac{50}{105} + \frac{21}{105} + \frac{1}{3}$

Suite sur une autre feuille

$A = \frac{50}{105} + \frac{21}{105} + \frac{1}{3}$

$A = \frac{71}{105} + \frac{1}{3} = \frac{213}{315} \quad \frac{105}{315}$

$A = \frac{213}{315} + \frac{105}{315} = \frac{318}{315}$

Car le numerateur est plus grand que le denominateur alors il aurait le temps

Doc 3 et 2

On doit trouver si $\frac{1}{12} + \frac{1}{3} + \frac{4}{7}$ fait 1 ou plus

$A = \frac{1}{12} + \frac{1}{3} + \frac{4}{7} = \frac{1}{12} + \frac{4}{12} + \frac{4}{7}$

$A = \frac{1}{12} + \frac{4}{12} + \frac{4}{7}$

$A = \frac{5}{12} + \frac{4}{7} \quad \frac{35}{84} \quad \frac{48}{84}$

$A = \frac{35}{84} + \frac{48}{84}$

$A = \frac{83}{84}$

Puisque que le numerateur est plus petit il leur manque du carrelage $(\frac{1}{84})$

Groupe 5

Analyse *a priori* au regard des adaptations des connaissances des élèves (Robert 2008)

Question 1 : Après avoir résolu le problème, afin de repérer les adaptations des connaissances des élèves, répondez aux question suivantes :

1. Les élèves reconnaissent-ils dès la lecture de l'énoncé, les connaissances mathématiques pouvant être utilisées (configuration liée au théorème de Thalès, par exemple) ?
2. Est-il nécessaire d'introduire des intermédiaires (des notations, des lettres, des tracés supplémentaires, etc.) ?
3. La recherche/résolution du problème s'appuie-t-elle sur des changements de cadre (numérique, littéral, géométrique, fonctionnel, etc) ? Lesquels ?
4. Les élèves introduisent-ils des étapes dans la résolution ? Lesquelles ?
5. Les élèves utilisent-ils les questions précédentes ?
6. Existe-t-il plusieurs choix de résolution ? Lesquels ?
7. Manquent-ils de connaissances (en lien avec le niveau CM2, $6^{\text{ème}}$, $5^{\text{ème}}$, etc.) ? Lesquelles ?

Question 2 :

1. Qu'est-ce qu'un élève en difficultés en mathématiques peut *a minima* produire ?
2. Qu'est-ce qu'un élève à l'aise en mathématique peut *a maxima* résoudre ?

Analyse *a posteriori* des activités effectivement réalisés dans la classe

Questions 3 : En observant et en hiérarchisant les différentes productions des élèves,

1. Pouvez-vous repérer quels raisonnements sont mis en œuvre dans la classe ?
2. Ces raisonnements sont-ils intéressants au point de faire l’objet d’une synthèse et d’une trace écrite pour la classe ? Pourquoi et selon quelles modalités ?

En formation

Première année de master MEEF ESD Mathématiques. UE *Initiation à la recherche en didactique des mathématiques.*

Lors de TD précédents :

étude d'extraits d'articles sur le cadre de l'apprentissage par problématisation et de quelques exemples d'analyses utilisant des espaces de contraintes

Lors du TD :

Les étudiants résolvent le problème individuellement

Par petits groupes, ils élaborent un espace de contraintes à partir des document recueillis dans la classe.

Une mise en commun est proposée

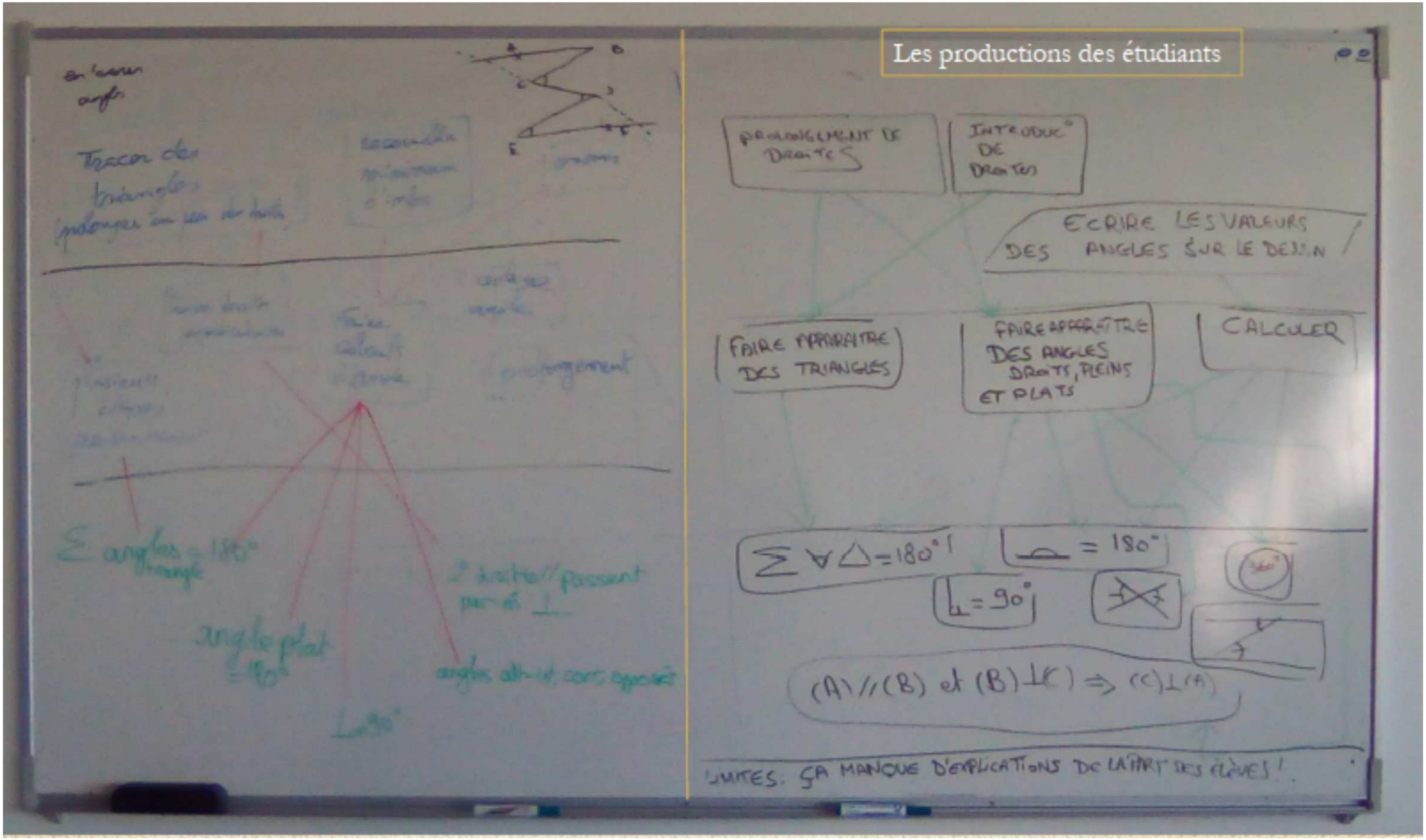
Une discussion s'installe sur les difficultés rencontrées pour faire cette analyse et sur les questions qu'elle pose sur les activités de raisonnement, de problématisation des élèves et le rôle joué par l'enseignant

Objectifs annoncés du formateur :

Faire fonctionner les éléments des cadres de la problématisation et de la double approche(***méthodologie de recherche***)

Montrer que ce travail d'analyse (et les questions qu'il pose) est un moyen de repérer les raisonnements des élèves et leur capacité à problématiser une situation mathématique (***didactique des mathématiques***)

Les angles	La piscine
Niveau 2 vers 3	**Niveau 2 seulement**
Composante cognitive **Travail de préparation important** qui influe sur la composante médiative **Peu de place à l'improvisation et aux procédures non attendues des élèves**	Composante cognitive/médiative **Objectif visé : Développement des compétences de recherche et activité des élèves privilégiée**
Dévolution de la recherche/résolution du pb aux élèves (Routine A) Maintien des élèves dans cette résolution (Routine B) **Hiérarchisation partielle** des procédures et proposition d'un document de synthèse en fin de séance (Routine C)	Dévolution de la recherche/résolution du pb aux élèves (Routine A) Maintien des élèves dans cette résolution (Routine B) Mais Pas de hiérarchisation des procédures et de synthèse en fin de séance (pas de Routine C)
Composante institutionnelle/personnelle : E1 retient de la formation : **priorité au cadrage *a priori* des séances**	*Composante institutionnelle/personnelle :* *En lien avec une recherche précédente (avec des Professeurs des écoles) et le profil 1 de leurs pratiques (Choquet, 2016)* *E2 retient des formations :* ***priorité en mathématiques à «Apprendre à chercher »***


Les productions des étudiants
Tracer des triangles
PROLONGEMENT DE DROITES
INTRODUC° DE DROITES
ECRIRE LES VALEURS DES ANGLES SUR LE DESSIN
FAIRE APPARAITRE DES TRIANGLES
FAIRE APPARAITRE DES ANGLES DROITS, PLEINS ET PLATS
CALCULER
$\Sigma \, \forall \triangle = 180°$
$= 180°$
$= 90°$
$(A)//(B)$ et $(B) \perp (C) \Rightarrow (C) \perp (A)$
LIMITES: ÇA MANQUE D'EXPLICATIONS DE LA PART DES ÉLÈVES !
Σ angles triangle = 180°
angle plat = 180°
2 droites // passant par un ⊥
angles alt-int, corr, opposés

Groupe 1 étudiants

Registre empirique :
entourer les angles
tracer des triangles
prolonger un peu les droites
recueillir des informations
mesurer

Registre des nécessités :
plusieurs étapes de raisonnement, des sous problèmes
faire des calculs d'angles
coder les angles

Registre explicatif :
somme des angles dans un triangle = 180°
angle plat = 180°
angles alt/internes, correspondants, opposés par le sommet
angle droit = 90°

Groupe 2 étudiants

Registre empirique :
prolonger les droites
écrire les valeurs des angles sur le dessin
introduire des droites (la perpendiculaire)

Registre des nécessités :
faire apparaître des triangles
faire apparaître des angles droits, plats
calculer

Registre explicatif : (*comment cela peut s'expliquer mathématiquement*)
somme des angles dans un triangle = 180°
angle plat = 180°
angles alt/internes, correspondants, opposés par le sommet
angle droit = 90°

Limites : ça manque d'explications des élèves

Prolongement de la réflexion pendant le TD suite à cette mise en commun
(Afin de répondre aux deux objectifs annoncés) :

Les étudiants s'approprient les trois registres, élaborent des espaces de contraintes.
Le registre explicatif est compris comme celui qui rassemble les propriétés mathématiques utilisées et non considéré comme un champ de savoirs, un cadre : ici soit celui de la géométrie dessinée, soit celui de la géométrie déductive.

Les étudiants repèrent l'activité de problématisation des élèves (les raisonnements par étapes, en reconstruisant des sous problèmes)
mais ne repèrent pas ce qui les a empêché d'aller plus loin.

Prolongement en analysant le bilan de l'enseignant proposé aux élèves le lendemain de la séance
Pour comprendre le potentiel de ce problème non complètement exploité par l'esneignante

Conclusion

Acquisition des concepts didactiques Familiarisation avec des cadres théoriques de la recherche.
Mais,
opérationnalité de ces savoirs difficile
et
des difficultés pas toujours situées au même niveau pour les professeurs débutants

Un projet d'accentuer la formation sur la composante médiative afin qu'elle ne soit plus autant influencée par la composante cognitive et la composante personnelle.

Une recherche qui se poursuit à l'INSPE de Nantes sous la forme du poster ci-contre :

<u>Discussion</u>

Ce travail entre-t-il dans les nouvelles maquettes de formation initiale ?

Comment l’articuler avec la préparation au nouvel écrit 2 du CAPES ?

Qu’y manque-t-il ?

Brousseau, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage Editions.

Butlen, D. (2004) Des exemples de difficultés liées à l'appropriation de gestes professionnels attachés à un enseignement des mathématiques en formation initiale de professeurs des écoles. In Peltier, M.-L., *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*. La Pensée Sauvage Editions. 119-129.

Charles-Pézard, M., Butlen, D., Masselot, P. (2012) *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ?* La Pensée Sauvage Editions.

Choquet, C. (2016) Profils de professeurs des écoles proposant des problèmes oouverts en mathématiques. Recherche en Didactique des Mathématiques. 36(1), 11-47.

Choquet, C., Zebiche, N. (2018) Débuter dans l'enseignement des mathématiques : quel impact de la formation initiale ? *In Actes Colloque international EMF Paris-Gennevilliers Octobre 2018.*

Coulange (2012) Débuter en collège ZEP : quelles pratiques enseignantes ? Un zoom sur deux professeurs de mathématiques. *RDM* 32. 3.

Fabre, M. (2011). *Eduquer pour un monde problématique*, *la carte et la boussole*. PUF.

Fabre, M., Orange, C. (1997) Construction des problèmes et franchissements d'obstacles. *Aster*. 24.

Orange, C. (2012) *Enseigner les Sciences. Problèmes, débats et savoirs scientifiques en classe.* Bruxelles : De Boeck.

Robert, A. (2008) La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouck F., *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Octarès Editions.59-65.

Robert, A. (2007) Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse des inférences en formation. RDM, 27/3, 271-312.